



TITLE:

# 鉛直方向に振動する粒状体薄層上の粒子拡散 (複雑流体の数理)

AUTHOR(S):

佐野, 理; 鈴木, 勝博

---

CITATION:

佐野, 理 ...[et al]. 鉛直方向に振動する粒状体薄層上の粒子拡散 (複雑流体の数理). 数理解析研究所講究録 1999, 1081: 138-153

ISSUE DATE:

1999-02

URL:

<http://hdl.handle.net/2433/62725>

RIGHT:

## 鉛直方向に振動する粒状体薄層上の粒子拡散

農工大・工・応用物理 佐野 理(Osamu Sano)

農工大・工・応用物理 鈴木勝博(Katsuhiko Suzuki)

### 1. はじめに

粒状体が示す複雑な挙動については古く<sup>1)</sup>から様々な研究が進められている。近年になって、これらは固液相転移(流動化)を伴う臨界現象として、非線形非平衡系の示す散逸構造の格好の場として、あるいは粒子集合体と連続体を結ぶメソスコピックな系として再び注目を集め、実験的・数值的・解析的研究が急速に進んでいる<sup>2-4)</sup>。とく鉛直方向の加振により発生する対流<sup>5-13)</sup>や波動<sup>14-17)</sup>、異種粒子の混合・分離<sup>18-20)</sup>、粒状体薄層に見られる平面パターン<sup>21-25)</sup>などについてはこの10年足らずの間に急速な理解が深まった感がある。しかしながら、たとえば、定常的な対流や波動運動という「全体」の振る舞い(オイラー的な情報)が知られていても、粒状体の構成粒子がどのように混合していくか、あるいはその中で特定の粒子(とくに大きさや形状が異なった粒子)がどのように輸送されるかという「部分」の挙動(ラグランジュ的な情報)に対して、充分に予測できるほどに普遍的な理解が得られているとは言えない状況である。一般に粒状体を上下に加振すると、構成粒子の動き易さに著しい不均一が生じ、たとえば自由表面付近や外力が与えられる境界付近で移動度は大きく、それ以外の領域では動きは極めて緩慢であって、気体分子運動論で仮定されるような熱平衡状態が粒状体全体で実現されることは稀である。しかし、厚さが10粒子程度以下の粒状体薄層を考えると、そこでは、粒子のほとんど全てが外部からの加振の影響を直接受け、また、粒子間で非弾性衝突を行なってある定常状態が維持される。そこでは加振条件に依存した特徴的なメソスコピック構造がつねに生成消滅を繰り返している。これらはミクロには離散粒子系であるが、それらの包絡線(面)を見れば連続体で近似できるようなマクロな系でもある。このような点に着目して、われわれは鉛直方向に加振した粒状体薄層を考え、その中での粒子拡散の実験とモデル計算を行なっ

た．これをもとにメソスコピックな系の理解を深めたいと考えている．

## 2. 実験装置

図1に、本実験で用いた実験装置の概略図を示す．粒状体を入れる容器は浅い円筒(直径106mm, 深さ31mm)及び薄型直方体(縦91mm, 横91mm, 奥行8mm)の2種類である．いずれか一方の容器を加振機(EMIC, 513-B)の上に垂直に取り付け、ファンクション・シンセサイザーとアンプで加振する．容器は剛体的に上下振動し、それ自身がいわゆるクラドニのパターンを示すような固有振動状態にはないことを予め確認した．今回の報告では、粒状体として直径 $d=0.13\pm0.05$  mmの乾燥したガラスビーズを用い、振動の波形は正弦関数、振動数 $f=15\sim45$ Hz, 振幅 $a=0.45\sim1.6$  mm, またマーカースとして直径 $D=0.23\sim1.53$  mmのガラスビーズを用いた結果を示す．粒状体の動きは通常のCCDカメラ、および高速ビデオカメラ(Photron, HVC-11B)で撮影し、後に画像解析を行なった．なお、実験はすべて大気圧の下で行なった．

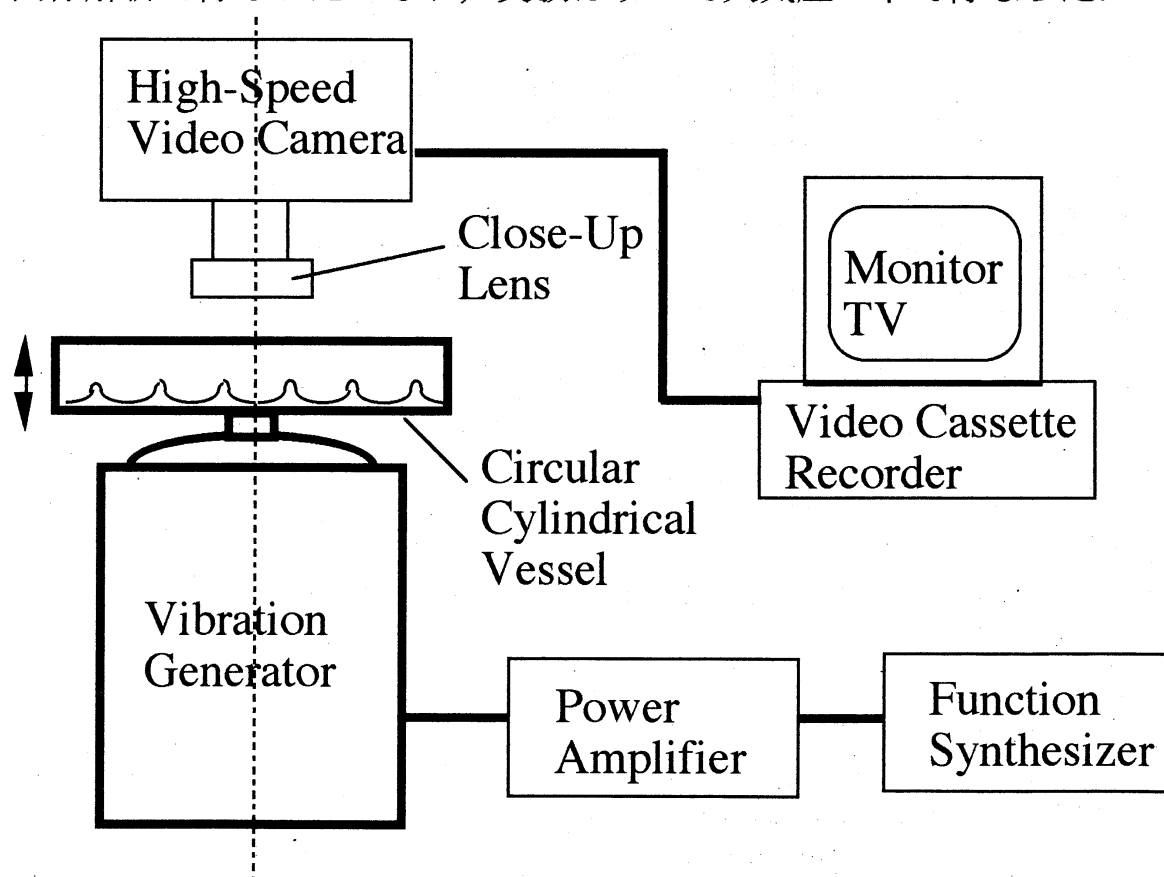


図1 実験装置

### 3. 実験結果

一般に、粒状体の振舞いは、粒径 $d$ や形(の分布)、密度 $\rho$ 、摩擦係数 $\gamma$ 、粒状体の層の厚さ $H$ 、縦横のアスペクト比 $W/H$ 、振動数 $f$ 、振動振幅 $a$ 、などに依存する。我々の実験では粒子としてほぼ単一径の一樣な球形ガラスビーズを用いているので $d$ 、 $\rho$ 、 $\gamma$ などは固定されている。また容器の側壁の影響は、そこから粒子数個分の距離までしか現れないことが予備実験で明らかになっている(粒状体の対流に対しては側壁の影響は極めて重要であるが、これから示す自由表面の波動に対してはその限りではないようである)。したがって、

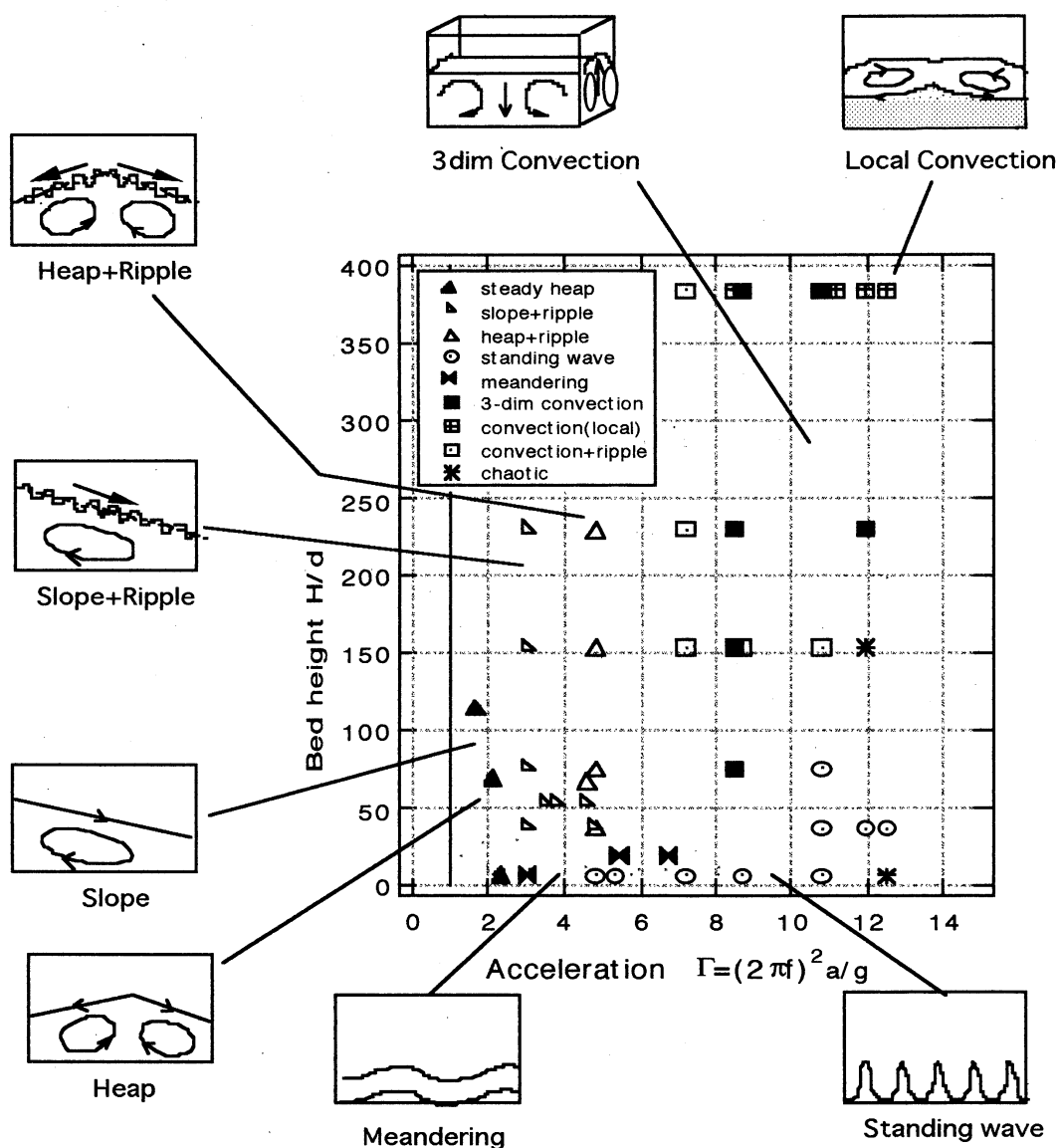


図2 鉛直縦長セル内での代表的な流動パターン

ここでとくに重要となるパラメーターは振動の加速度と重力加速度の比  $\Gamma = 4\pi^2 a f^2 / g$  ( $g$ は重力加速度), および粒状体の層の厚さ  $\eta = H/d$  である.

(a) 薄層上の波動の断面形

図2に鉛直縦長セルで観測された代表的な流動状態を示す. 一般に  $\Gamma > 1$  で対流が発生する. ある程度以上の厚さ ( $\eta$ が数100程度) をもった粒状体の層であれば,  $\Gamma$  の増加に伴い, 対流によって作られている斜面に小さな波(さざ波)が重畳してくる ( $\Gamma \sim 5$ 程度). これらのパターンは縦長容器の前後の奥行き方向にはほぼ一様である. さらに  $\Gamma$  を増加させていくと, 容器の前後にも対流が生じ, 3次元的なパターンが見られる ( $\Gamma \sim 10$ 程度). 場合によっては, 対流

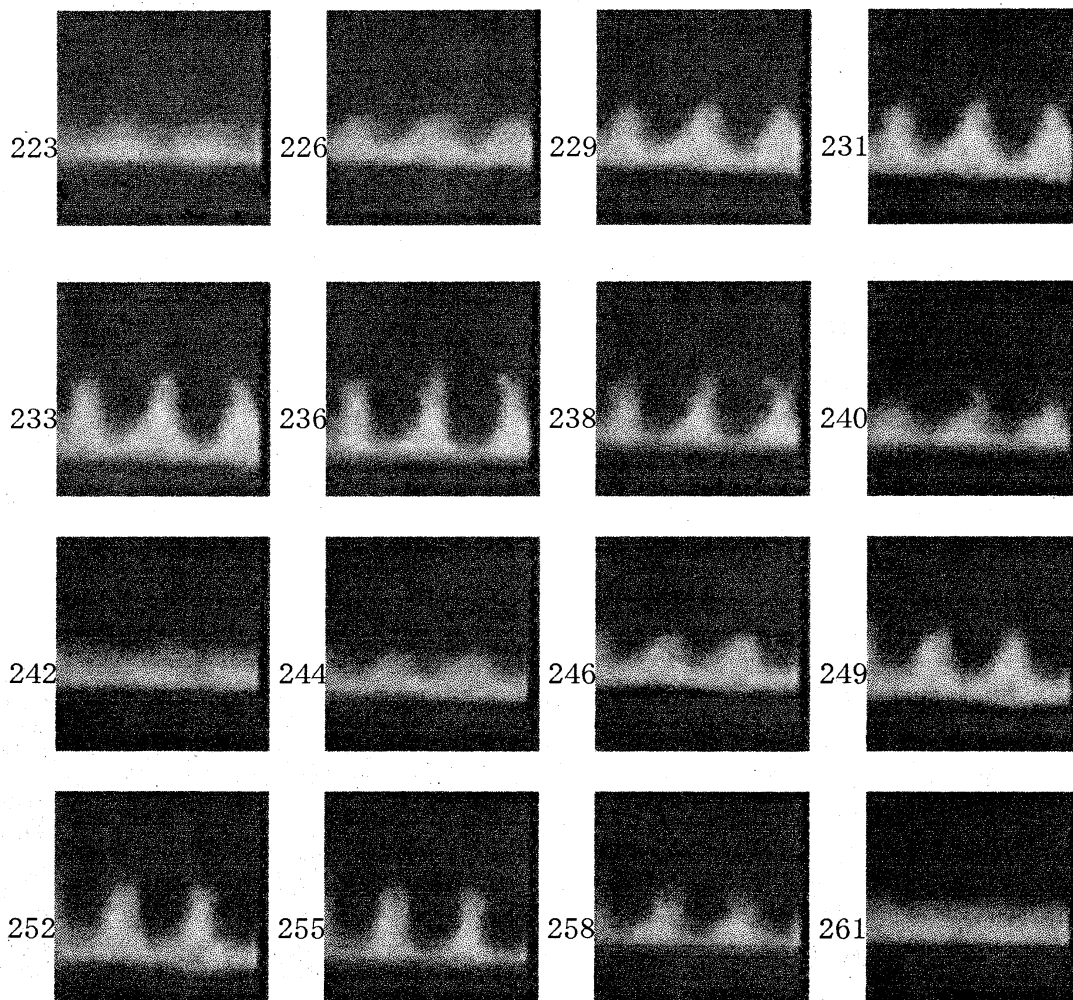


図3 粒状体表面波断面の定在波  
( $\eta \doteq 8$ ,  $\Gamma = 5.3$ ;  $f = 35$  Hz; 648 frame/s)

セル対の数が増加していく<sup>11)</sup>。これよりも高い $\Gamma$ に対しては、対流の生じている領域が自由表面付近に局在してくるようである。これに対して、 $\eta$ が10以下の薄層では、 $\Gamma$ の増加とともに、対流、層全体のうねり、うねった薄層の頂点付近でのバーストの発生、定在波の発生、のような変遷が観測される。

図3に、定在波の形成過程を示す。図3では各コマの間の時間間隔が1.543 ms, 振動の周期は $T=1/f=28.57\text{ ms}\doteq 18.5$  フレームである。したがって、例えば233フレームに対して251～252フレーム目が振動の1周期後の画像に対応する。この時間間隔に対して、振動の山と谷が入れ替わっていること、すなわち外部摂動の周期の2倍の周期で同じ波形が繰り返す、いわゆるパラメトリック励振であることが容易に認められる。また、波の振幅と波長がほぼ同程度であり、とくに山の部分でカスプを生じたり非常に急激な立ち上がりを伴っていることは水面定在波には見られない特徴である<sup>26-31)</sup>。

#### (b) 平面形の $f, a$ 依存性

図4に水平な偏平セルで観測された代表的な流動パターンを示す。大略を言えば、(i)  $a \doteq 1.5\text{ mm}$ ,  $f = 10 \sim 20\text{ Hz}$ では大きさも配置も不規則な偏平円錐の集合体、(ii)  $a \doteq 1.0\text{ mm}$ ,  $f = 25 \sim 35\text{ Hz}$ では正方形セル、(iii)  $a \doteq 0.8\text{ mm}$ ,  $f = 40 \sim 50\text{ Hz}$ では縞状セルが観測されている。また不完全ではあるが(ii)から(iii)への移行期に3角形や6角形のセルも観測され、(iii)より高い振動数でパターンが1度崩れた後に再び正方形に近いパターンが出現することも観測されている。これらは、これまで知られたパターン形成<sup>21-25)</sup>と定性的に一致している。

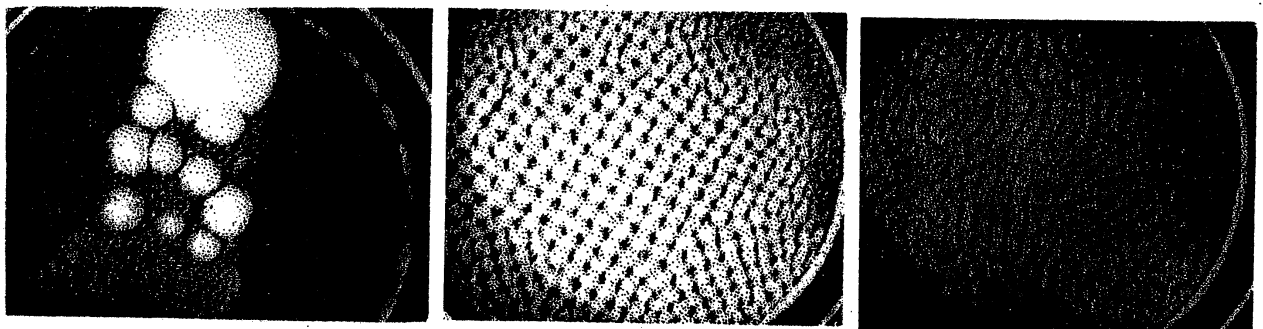


図4 平面形 (a) 偏平円錐の集合体 :  $f=15\text{ Hz}$ ,  $a=1.7\text{ mm}$ ,  
(b) 正方形 :  $f=30\text{ Hz}$ ,  $a=0.93\text{ mm}$  (c) 縞状 :  $f=40\text{ Hz}$ ,  $a=0.86\text{ mm}$

これらのパターンの観測範囲を図5に示した．特に正方形セルについて，その特徴をまとめると①外部振動数の1/2の振動数で同じパターンが繰り返される，言い換えると，外部振動と同じ時間間隔では“山”（粒子が密に集合して盛り上がっている部分）と“谷”（粒子がない部分）が入れ代わっている，②パターンの空間的周期が一定で2方向あり，それらが直交している（つまり正方形），この性質は，容器側壁に隣接したセルでわずかに歪む程度である，③正方形セルの辺の向きは何らかの偶然的要素で実験の度に変わるが，実験の途中で変化していくようなことはない，④加振振幅を増加するとセルのサイズは増加する，⑤加振振動数が増加するとセルのサイズは減少する．これらのうち，①②は図3に示したパラメトリック励振による定在波が，直交する2方向に存在しているものとして理解される．また，④は $a$ の増加によって粒子が受ける加速度の増加により遠くまで飛行できるため，⑤は $f$ の増加によって底面が自由飛行粒子に衝突する時間が短くなるためと考えられる．

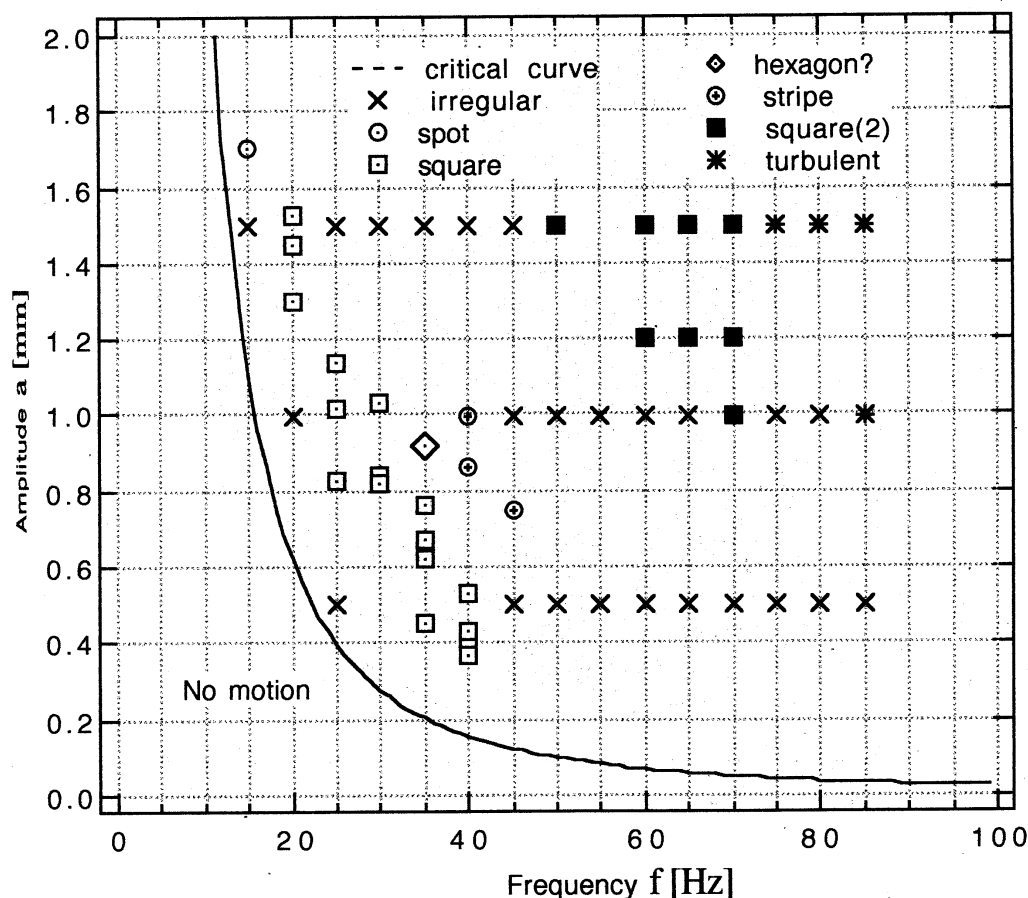


図5 鉛直加振粒状体薄層上のパターン分類

## (c) 正方形セル上の粒子拡散

つぎに、正方形セルを形成する薄層上の定常表面波の上でマーカ粒子がどのような振る舞いをするか調べてみよう。

## (i) 長時間スケールにおける粒子の挙動

マーカ粒子(直径 $D=1.42$  mm)の軌道を $0.5$  s ( $\equiv \Delta t$ ) 間隔で $1280$  s にわたり測定した。図6はそのうちの $500$  s のデータをプロットしたものである。軌道は、円形容器内をほぼ均等でランダムに動いているように見える。実際、容器中心を原点とする直角座標系 $x, y$ を導入し、各時刻での粒子の位置座標 $(X, Y)$ を読み取って統計をとると、① $\bar{X}, \bar{Y}$ の時間平均の原点からのずれは容器径の $1.7\%$ 以下である、②粒子の存在確率密度は、容器側壁近傍で4角形セルサイズ $\lambda$ 程度の距離に至るまではほぼ一様である、③容器中心からの長さ $|\bar{X}|, |\bar{Y}|$ の差は $4\%$ 以下であり、 $X, Y$ の相関係数は $0.015$ である、④ $\overline{V_x}, \overline{V_y}$ は $|\overline{V_x}|, |\overline{V_y}|$ の $0.4\%$ 以下である、⑤ $|\overline{V_x}|, |\overline{V_y}|$ の差は高だか $0.7\%$ 程度である、⑥ $V_x,$

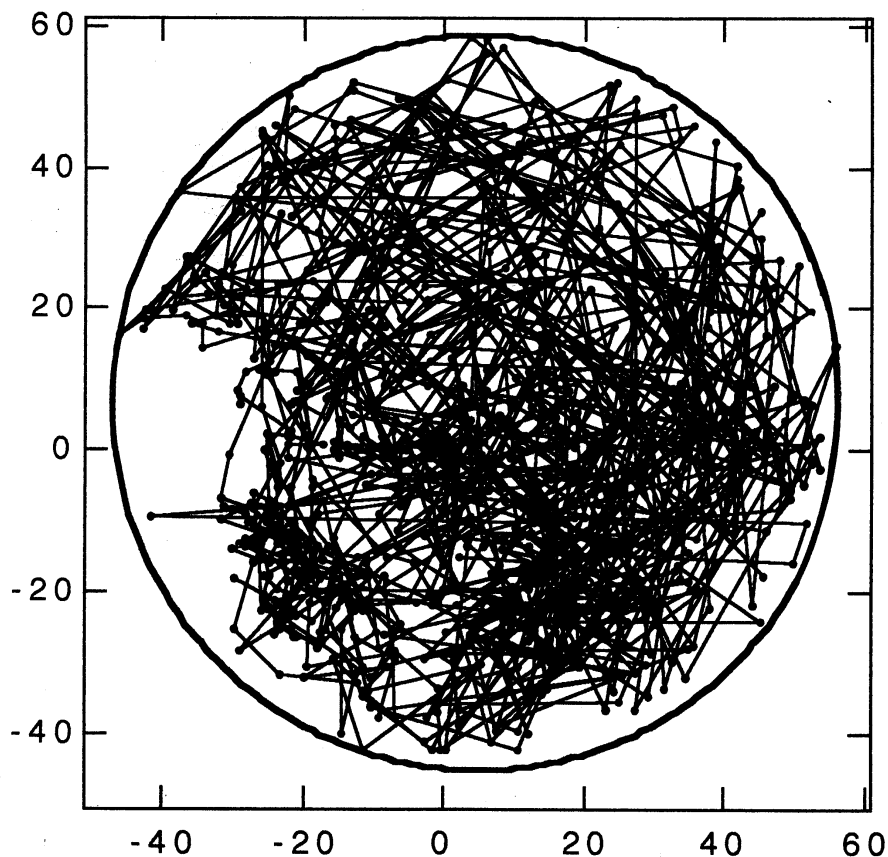


図6 長時間軌道(サンプリングタイム $0.5$  s;  $500$  sのデータ)



$V_y$ はそれぞれ標準偏差32.3 mm/s, 32.2 mm/s のガウス分布である, などの結果が得られた. これらはマーカ粒子の運動が $x, y$ 方向について独立で, またセル構造の存在に伴う空間異方性がマーカ粒子には現れていないこと, および, この時間スケール( $t \gg \Delta t$ )で見る限りマルコフ過程であることを示唆している. そこでつぎに粒子の変位の分散

$$V_D(\tau) = \langle [\xi(t+\tau) - \xi(t)]^2 \rangle \quad (1)$$

を計算する. ここで $\xi$ は粒子の座標 $X$ または $Y$ ,  $\tau$ は時間,  $\langle \dots \rangle$ は集合平均を表わす. 物理現象では $V_D(\tau) \propto \tau^{2h}$ のような指数法則が成り立つことがしばしばある. この指数 $2h$ をヘルダー指数と呼ぶ. もし, 連続的でなめらかな軌道であれば $2h=2$ , 古典的ブラウン運動のような拡散現象では $2h=1$ であることが知られている. 薄層定常表面波上でのマーカ粒子の挙動について測定した結果,  $0.5 \text{ s} \leq \tau \leq 5 \text{ s}$ の範囲で $2h \approx 1$ であること(すなわち拡散的であること)が分かった. なお, 実験結果によると $\tau \geq 5 \text{ s}$ では $2h$ は減少している. これは容器の大きさが有限であり, この程度の時間以上になると, 側壁に衝突し反射される(したがって距離は増加しない)ことに依っているものと思われる.

### (ii) 短時間スケールにおける粒子の挙動

非常に短い時間でみれば, マーカ粒子は粒状体薄層上をホッピングしているはずであるから, 軌道も「弾道的」に見えるはずである. これを考慮して, われわれは高速度ビデオカメラにより軌道追跡を行なった. 画像はサンプリングタイム $t_s = 2.69 \text{ ms}$ , および $5.38 \text{ ms}$ で収録し解析した. 粒子の軌道は区分的に直線的であり, 定在波と衝突した時の相互作用によりときおり大きな運動方向変化を伴っている. しかし, どの部分が実際に自由放物運動に対応するか, を「平面図」だけで判定することは困難である. そこで鉛直に立てた縦長容器で粒状体薄層の定在波とマーカ粒子の観測(「断面図」に相当)を行なった. これによると, マーカ粒子の平均自由時間は10 ms程度以下であった.

### (iii) 中間時間スケールにおける粒子の挙動

粒子軌道の例を図7に示す. (a)は粒径の大きなマーカ粒子, (b)は粒径の小さなマーカ粒子の場合である. 前者では直線に近いものの割合が高い

が、後者ではかなり曲折が目立つ。これは、粒子がセルの境界にはばまれて、かなり長い時間漂動していることによる。図8にマーカー粒子と正方形セルとの相互作用の1例を示す。粒子は振動周期の数倍の時間にわたり特定のセルに捕えられたのち隣接するセルに運ばれていく。

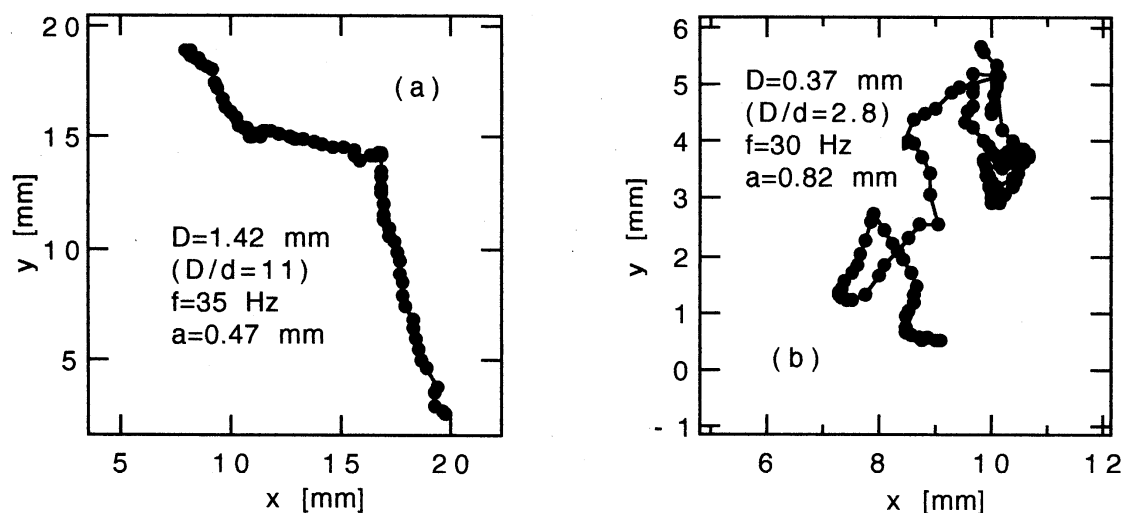


図7 粒子軌道の例：(a) 大きなマーカー粒子，(b) 小さなマーカー粒子  
(両者で空間スケールが異なっていることに注意)

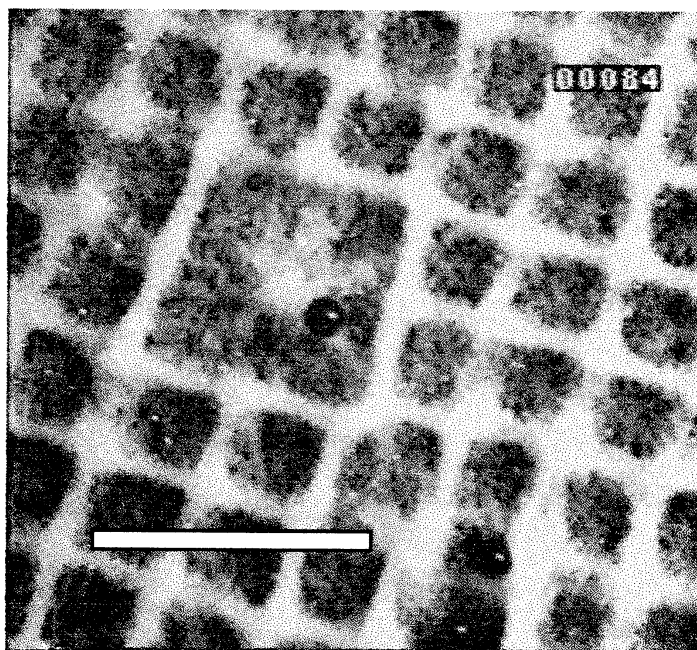


図8 マーカー粒子と正方形セル(下方にあるバーは10mm)

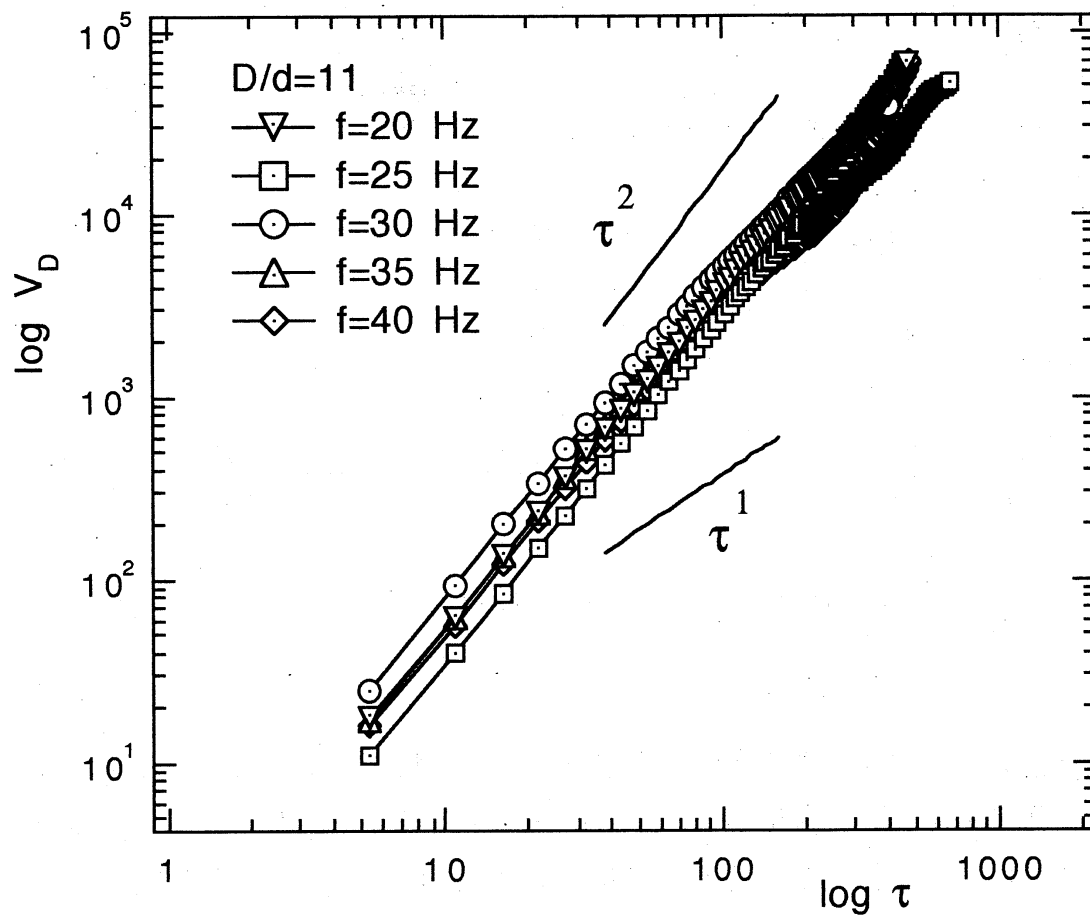


図9 変位の相関  $\tau - V_D(\tau)$

図9に  $\tau - V_D(\tau)$  を両対数プロットしたものを示す．これはやや大きいマーカー粒子  $D \doteq 1.43$  mm についての結果であるが，この図から  $\tau$  のかなり広い範囲にわたり指数法則が成り立つことが伺える．その指数は  $5.38 \text{ ms} \leq \tau \leq 108 \text{ ms}$  において  $2h = 1.84 \pm 0.04$  であり，加振振動数  $f$  への依存性は小さいように思われる．ここで指数が非整数であることに注意されたい．このような運動は近年フラクショナル・ブラウン運動(fractional Brownian motion)としていろいろな現象で報告されている例がある<sup>27-31)</sup>．

同様の実験を，マーカー粒子径を変えて行なった結果を図10に示す．マーカー粒子径  $D$  が減少すると指数  $2h$  は減少し，1 に近づいていく．これは小さな粒子ほどセル構造に捕らえられたり，あるいは表面波に乗って移動したりする効果が増大するためと解釈できる．

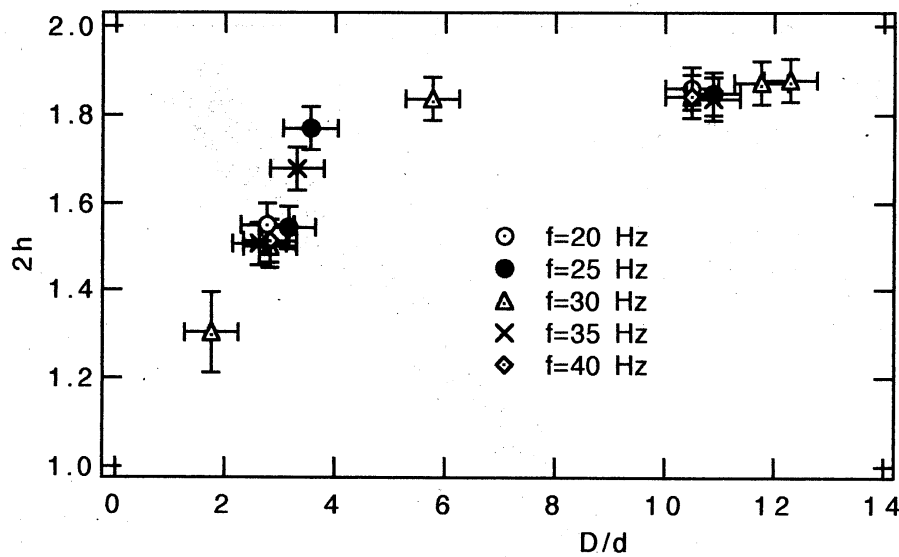


図 10 指数(2h)のマーカ粒子径(D/d)依存性

#### 4. 数値シミュレーション

実験で観察された現象を数値計算で確認し、また、いろいろな要素の影響を評価・予測するために簡単な2次元のモデル計算を行なった(3次元モデルへの拡張については後に述べる)。まず、われわれは、定在波を構成する粒状体を連続体で近似し、表面の変位を

$$z = A [ \sin^{2n}(kx) \cos^2(\omega t) + \cos^{2n}(kx) \sin^2(\omega t) ], \quad (2)$$

のように近似する。ここで、 $x$ は水平方向、 $z$ は鉛直上向きの座標、 $t$ は時間であり、媒質は無限に広いと仮定した。また、 $A$ ,  $k(=2\pi/\lambda)$ ,  $\omega(=2\pi f)$  は定在波の振幅、波数( $\lambda$ :波長)、角振動数( $f$ :振動数)である。実験で観測された定在波形を再現するために、 $n=2$ と選ぶ。また、粒状体媒質の大きさ $d$ は上の表現に陽に現れていないが、 $A$ ,  $\lambda$ ,  $f$ が $d$ の関数であることから、前者を指定することによって陰に $d$ を考えていることになる。

この中に半径 $D$ の球形粒子を投入しその動きを追うのであるが、これは粒状体表面と接触するときに運動量のやりとりがある以外は、一様な重力加速度 $g$ の下での自由放物運動をする。衝突の判定は「マーカ粒子中心から粒状体表面に下した垂線の長さが $D/2$ 以下になったとき」とした。このときの粒子の速度 $\mathbf{v}$  ( $v_n, v_t$ ), 自由表面の速度を $\mathbf{V}$  ( $V_n, V_t$ )とする。ここで添字 $n, t$ は自由表面に対してそれぞれ法線方向、接線方向の成分であることを示す。衝突

に際してつぎの条件を与える．まず①衝突は非弾性的であり，衝突状態にある時間 $\Delta t$ は粒子が粒状体にめり込んだ距離を法線方向の相対速度で割った時間の2倍とする(粒状体媒質に入り込む過程と出ていく過程が対称であると仮定する)，②法線方向の相対速度変化を次式で仮定する：

$$\tilde{v}_n - \tilde{V}_n = -e(v_n - V_n), \quad (3)$$

ここで，上付き波線 $\sim$ は衝突後の対応した物理量を表わす．また $e$ は衝突係数である．③接線方向の運動量変化は摩擦抵抗によって生じていると考える：すなわち，薄層の上層部が実効粘性 $\mu$ の流体とみなせるものとして

$$\tilde{v}_t - v_t = -C(\tilde{v}_t - \tilde{V}_t), \quad C = \frac{6\mu\Delta t}{\rho D^2}, \quad (4)$$

を満たす．ここで $\rho$ は粒子の密度．また④衝突状態にある時間内に粒子は衝突点から $V_t\Delta t$ だけ移動(対流)する．以上の仮定の下で，ルンゲ・クッタ法(時間刻み0.01)による数値シミュレーションを行なった．

図11はその1例で， $A=0.1, f=30, D/d=4.6, \lambda=1.0, C=5.0, e=0.90$ である．

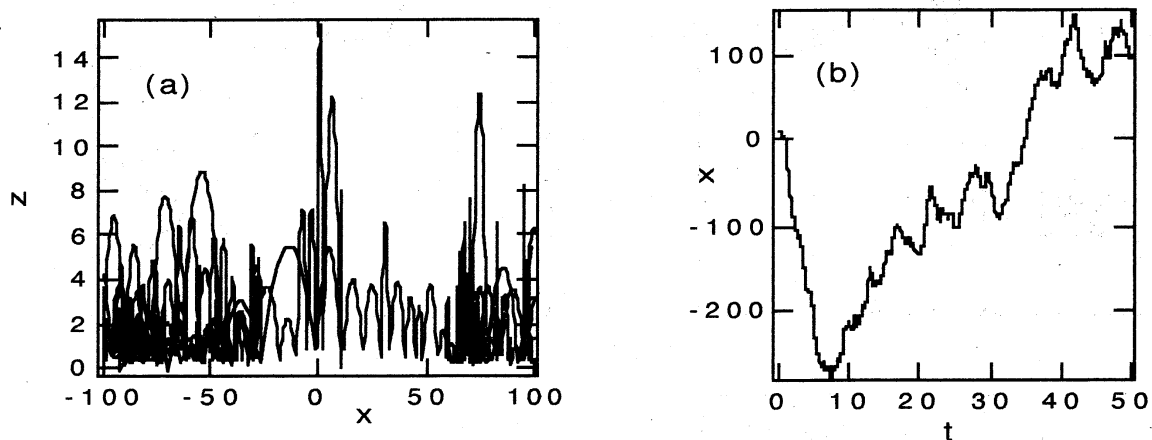


図11 シミュレーションの例(a) 断面内の軌道, (b) 水平座標の時間変化

この軌道からヘルダー指数を計算すると $2h=1.75\pm0.03$ であった．パラメータをいろいろ変化させ， $2h$ の $D/d$ 依存性を調べた結果を図12に示す． $A=0.1, f=30, \lambda=1.0$ では $e=0.9, C=5$ の計算が実験結果と比較的よく一致しているように思われる．

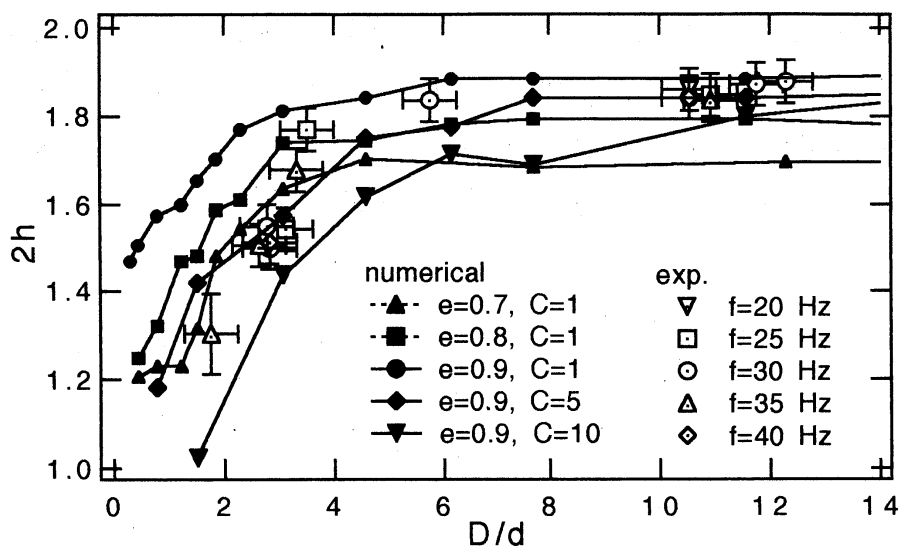


図 1.2 ヘルダー指数の粒径依存性：実験と数値計算の比較

これを 3 次元モデルに拡張した例を図 1.3 に示す。

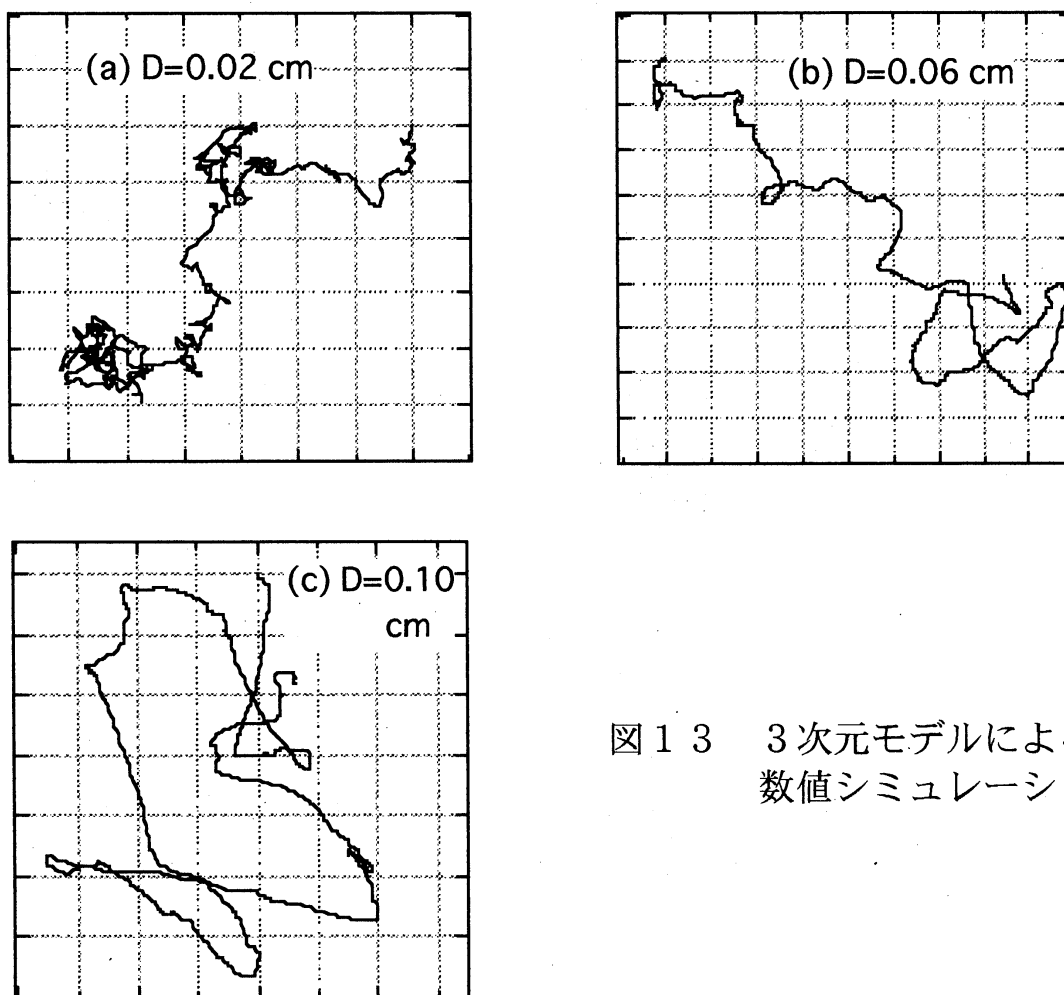


図 1.3 3 次元モデルによる  
数値シミュレーション

ここでは $y$ 方向にも定在波を仮定し、マーカ粒子が粒状体表面と衝突する点で接平面を考え、これに垂直な方向に(3)と同様な条件、また接線方向に(4)と同様な条件を当てはめた。図13の(a)では粒子が小さいために軌道の曲折が多く、(c)では粒径が大きくなって直線的な軌道の割合が増えていくのが見られ、実験観測と定性的に一致する。

## 5. 考察

われわれは、鉛直に加振した粒状体薄層上のマーカ粒子の拡散を議論してきた。そのためには、媒質粒子の一部を着色し、その広がり調べる方がもっと直接的であるように思われるかもしれない。しかし、媒質が不透明なために同じ大きさの粒子は直ちに覆われてしまい着色粒子の長時間観測が確保できない。逆に、粒径比 $D/d \geq 3$ のマーカ粒子は粒子の分離効果<sup>18-20)</sup>によって比較的表層近くにとどまるので観測が容易である。これが、粒径の違う単一粒子の動きについて統計的な挙動を調べ、その上で $D/d \rightarrow 1$ とする方法を用いた理由である。

変位の相関を測定した結果、相関時間 $\tau < 10$  msでは弾道的( $2h=2$ )、 $\tau > 500$  msでは拡散的( $2h=1$ )であり、その中間領域で $2h$ =非整数の指数法則が成り立っているように思われる。これが単なるクロスオーバーであるかどうかは議論の余地がある<sup>32)</sup>。水面定在波上の粒子拡散の場合については、このような非整数の指数法則はよく知られており、表面張力波で外部加振の振幅 $a$ が小さい場合に $2h=1.3 \sim 1.4$ <sup>27,28)</sup>、表面重力波の場合に $1.7$ <sup>29)</sup>という報告がある。いずれの場合も振幅が大きくなると $2h \rightarrow 1$ に近づく。水面波での制御パラメータ $a$ はわれわれの粒状体では $A/D$ に対応すると考えられる。ただし $A$ は粒状体薄層の定在波の振幅で外部振動の振幅 $a$ そのものではない。この $A$ は正方形セルを観測した実験条件ではほぼ一定である。したがって $a$ や $A/D$ を増加させることは $D$ を減少させることに対応し、これによって $2h$ が1に近づいていくことと定性的に一致する。他方、拡散異常は、これよりも古く、定常レイリー・ベナール対流系での拡散<sup>33-37)</sup>においても認められている。これらは、拡散粒子が流れに乗って運ばれ、流れの分岐点で確率的に隣接セルへ移動していく結果、分子拡散とは桁違いに速い拡散過程(対流拡散)になっていると考えられる。われわれの場合にも、マーカ粒子は単に粒状体表面に衝突し反射されるだ

けでなく、そこで接触している間に表面波に乗って運ばれる効果が無視できないと考えられる。もっとも実験的にこの状態を確認するのはかなり困難である。それは、媒質が不透明であり、マーカ粒子が正方形セルの境界部分の峰より下にある時は側方からの観測ができないからである。これについては数値モデルの信頼性を高め、数値解析の側から、前述の指数法則の有無を明かにすることができると考えている。

これまで述べてきたように、鉛直に加振した粒状体薄層はミクロに見れば粒子間衝突が支配的である。その時間・空間スケールは粒子間の平均衝突時間・平均自由行程である。他方、装置の大きさや外部攪乱の周期で決まるマクロなスケールがある。両者の間の領域(メソ領域)では自己組織構造が動的に変動し、“定常状態”を実現している。そこでのマーカ粒子の運動は周囲の媒質を「粒子」集合体と見ると同時に、「流体」からの波動的な相互作用を受けているように見える。この点で、われわれの系は分子動力学的な離散のアプローチと流体力学的な連続的アプローチの接点となる可能性を持っている。この領域の解明によって分子拡散と対流拡散を結ぶメソスケールでの拡散が明かになることも期待している。

## 参考文献

- (1) M.Faraday : *Philos. Trans. R. Soc. London* 121, 299 (1831).
- (2) H.M.Jaeger & S.R.Nagel: *Science* 255,1523(1992); *Rev.Mod.Phys.* 68, 1259 (1996).
- (3) G.B.Lubkin : *Phys.Today* 48 (no.10), 17 (1995).
- (4) H.M.Jaeger, S.R.Nagel & R.P.Behringer: *Phys.Today* 49 (no.4), 32 (1996).
- (5) P.Evesque & J.Rajchenbach: *Phys.Rev.Lett.* 62, 44(1989).
- (6) S.Duady, S.Fauve & C.Laroche: *Europhys. Lett.* 8,621(1989).
- (7) Y-h.Taguchi: *Phys.Rev.Lett.* 69, 1367 (1992).
- (8) J.A.C.Gallas, H.J.Hermann & S.Sokolowski: *Phys.Rev.Lett.* 69, 1371 (1992).
- (9) H.K.Pak & R.P.Behringer : *Phys.Rev.Lett.* 71, 1832(1993)
- (10) H.K.Pak, E.Van Doorn & R.P.Behringer: *Phys.Rev.Lett.* 74, 4643 (1995).
- (11) K.M.Aoki, T.Akiyama, Y.Maki & T.Watanabe: *Phys.Rev. E*54, 874 (1996).
- (12) Y.Lan & A.D.Rosato: *Phys. Fluids* 9, 3615 (1997) .
- (13) O.Sano & H.Matsutani: *Proc.7th Asian Cong. Fluid Mech.*,Chennai(India), p.605 (1997).



- (14) A.Goldshtein, M.Shapiro, L.Moldavsky & M.Fichman: *J.Fluid Mech.* 287, 349(1995)
- (15) E.Clement, L.Vanel, J. Rajchenbach & J.Duran : *Phys. Rev.* E53, 2972(1996).
- (16) S.MacNamara & W.R.Young: *Phys.Fluids* A5,34(1993).
- (17) K.M.Aoki & T.Akiyama : *Phys. Rev. Lett.* 77, 4166 (1996).
- (18) A.Rosato, K.J.Strandburg, F.Prinz & R.H.Swendsen: *Phys.Rev.Lett.* 58, 1038 (1987).
- (19) R.Jullien, P.Meakin & A.Pavlovitch: *Phys.Rev.Lett.* 69, 640 (1992).
- (20) J.B.Knight, H.M.Jaeger & S.R.Nagel: *Phys.Rev.Lett.* 70, 3728 (1993).
- (21) F.Melo, P.Umbanhowar & H.L.Swinney : *Phys.Rev.Lett.* 72, 172 (1994).
- (22) F.Melo, P.Umbanhowar & H.L.Swinney : *Phys.Rev.Lett.* 75, 3838 (1995).
- (23) P.Umbanhowar, F.Melo & H.L.Swinney: *Nature* 382, 793(1996).
- (24) T.H.Metcalf, J.B.Knight & H.Jaeger: *Physica* A236, 202(1997).
- (25) O.Sano & K.Suzuki: *Proc. 3rd Int.Conf.Fluid Mech.,Beijing(China)*, p.657 (1998).
- (26) J.Miles & D.Henderson: *Ann.Rev.Fluid Mech.* 22, 143 (1990).
- (27) R.Ramshankar, D.Berlin & J.P.Gollub: *Phys.Fluids* A2, 1955 (1990) .
- (28) R.Ramshankar & J.P.Gollub: *Phys.Fluids* A3, 1344 (1991) .
- (29) S.T.Milner: *J. Fluid Mech.* 225, 81 (1991).
- (30) N.Tokugawa, M.Umeki & T.Kambe: *Fluid Dyn.Res.* 16, 43 (1995).
- (31) E.Schroeder, J.S.Andersen, M.T.Levinsen, P.Alstrøm & W.I.Goldberg: *Phys.Rev.Lett.* 76, 4717 (1996).
- (32) N.Menon & D.J.Durian: *Science* 275, 1920 (1997).
- (33) F.Sagues & W.Horsthemke: *Phys.Rev.* A34, 4136 (1986).
- (34) B.I.Shraiman: *Phys.Rev.* A36, 261 (1987).
- (35) M.N.Rosenbluth, H.L.Berk, I.Doxas & W.Horton: *Phys.Fluids* 30, 2636 (1987).
- (36) T.H.Solomon & J.P.Gollub: *Phys.Rev.* A38, 6280 (1988).
- (37) O.Sano: *J.Phys.Soc.Jpn.* 62, 1202 (1993).